



Národní konference s mezinárodní účastí
INŽENÝRSKÁ MECHANIKA 2002

13. – 16. 5. 2002, Svratka, Česká republika

**PARAMETRIZÁCIA V DETEKCIÍ POŠKODENIA,
GENERICKÉ ELEMENTY**

Branislav TITURUS, Ladislav STAREK*

***Summary:** In this paper the authors propose the use of generic elements as a viable tool for parametric model-based damage detection. The parameters gained by use of generic substructure are shown to be sensitive features to introduced damage. The proposed scheme is applied to experimental data from thin-walled H-shaped welded frame structure measured in different states of damage.*

***Keywords:** damage detection, generic elements, subspace angles, parametric model, model updating, experiment*

1. Úvod

Detekcia poškodenia mechanických sústav využívajúca experimentálne získané dynamické vlastnosti je snahou o posúdenie stavu poškodenia mechanickej sústavy, t.j. lokálnych zmien pomocou veličín globálneho charakteru (vlastné frekvencie, vlastné tvary, atď.). Vychádza sa z predpokladu, že v priebehu vzniku poškodenia sa menia fyzikálne parametre mechanickej sústavy a tieto zmeny zas spôsobujú zmenu dynamických vlastností sústavy.

Metódy detekcie poškodenia využívajúce matematické modely je možné rozdeliť do dvoch základných skupín:

- neparametrické metódy,
- parametrické metódy.

Neparametrické metódy detekujú poškodenie na základe priameho porovnávania veličín ako napr. vlastné tvary, matice tuhosti, matice poddajnosti, atď. *Parametrické metódy* využívajú vhodne zvolenú skupinu parametrov na popis sústavy, resp. potenciálneho poškodenia. Cieľom tejto skupiny metód je umožniť sledovaním vývoja hodnôt jednotlivých parametrov v priebehu monitorovania robenie úsudkov o stave poškodenia sústavy. Vhodná voľba spôsobu parametrizácie, jednotlivých parametrov a v niektorých prípadoch aj predpoklad istého špecifického druhu poškodenia môžu pozitívne, resp. negatívne ovplyvniť výkonnosť jednotlivých metód detekcie poškodenia.

* Prof. Ing. Ladislav Starek, CSc. (starek@cvt.stuba.sk),
Ing. Branislav Titurus (titurus@sjf.stuba.sk),
Katedra technickej mechaniky, Strojnícka fakulta STU, Nám.slobody 17, 812 31 Bratislava, Slovenská republika

Medzi v súčasnosti uvažované parametre patria proporčné, resp. subštruktúrne parametre, fyzikálne parametre, geometrické parametre, generické elementy a ekvivalentné modely idealizovaných častí MKP modelov (zvyčajne spoje v konštrukciách). Frekvencia používania jednotlivých druhov parametrov je veľmi rozdielna a súvisí predovšetkým s mierou ich používania v oblasti z ktorej väčšina z nich pochádza, z oblasti korekcie matematických modelov mechanických sústav. Friswell [1] uvádza prehľad možností parametrizácie pre účely korekcie matematických modelov.

Cieľom tohoto príspevku je predstavenie *generických elementov* a uvedenie možností ich aplikácie v detekčnej schéme pozostávajúcej z korekcie základného matematického modelu a následnom využití získanej matice citlivosti spolu s vektorom zmien zvolených dynamických vlastností na detekciu a čiastočnú lokalizáciu poškodenia na testovanej sústave.

2. Generické parametre

Parametrizácia *generickými elementami* je technikou navrhnutou pôvodne pre potreby korekcie matematických modelov MS a jedná sa o úplne nový prístup pri návrhu parametrizácie modelu. Gladwell a Ahmadian [2] navrhli ako prví použitie generických elementov pri korekcii modelov MS, Law *et al.* [3] je jednou z prvých rozsiahlejších aplikácií parametrizácie generickými elementami (simulovaný experiment, most Tsing Ma, Hong Kong), opäť pre potreby korekcie matematických modelov MS a Wang *et al.* [4] je doposiaľ jedinou aplikáciou generických elementov v detekcii poškodenia a to simulovanej rámovej konštrukcie s „pružnými“ L a T spojmi.

Parametrizácia generickými elementami je založená na umožnení zmeny vlastných čísel a vlastných vektorov konkrétnych elementov, alebo subštruktúr MS, resp. jednotlivých matíc týchto celkov, ako reprezentantov ich špecifických vlastností. V tomto príspevku sa bude uvažovať modifikácia základnej formy vzťahov pre generické elementy, napr. [1], uvažujúca len zmeny v matici tuhosti zvolenej subštruktúry základného modelu konštrukcie.

Problém vlastných čísel a podmienka ortogonalít pri uvažovaní len zmien v matici tuhosti zvolenej subštruktúry má nasledovný tvar

$$\begin{aligned} (\mathbf{K}^{SUB} - \lambda_i \mathbf{I}) \boldsymbol{\phi}_i &= \mathbf{0} \\ (\boldsymbol{\Phi}^{SUB})^T \mathbf{K}^{SUB} \boldsymbol{\Phi}^{SUB} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{\Lambda}_S \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Phi}^{SUB} &= [\boldsymbol{\phi}_1, \dots, \boldsymbol{\phi}_{n_R}, \boldsymbol{\phi}_{n_R+1}, \dots, \boldsymbol{\phi}_{n_{SUB}}] = [\boldsymbol{\Phi}_R, \boldsymbol{\Phi}_S] \in \mathbb{R}^{n_{SUB} \times n_{SUB}} \\ n_R &\leq 6 \end{aligned} \quad (2)$$

kde \mathbf{K}^{SUB} je matica tuhosti zvolenej subštruktúry, $\boldsymbol{\Phi}^{SUB}$ je matica vlastných vektorov matice \mathbf{K}^{SUB} , λ_i a $\boldsymbol{\phi}_i$ je vlastné číslo a vlastný vektor matice \mathbf{K}^{SUB} . Submatica $\boldsymbol{\Lambda}_S$ je diagonálna matica nenulových vlastných čísel matice \mathbf{K}^{SUB} . Rozmery jednotlivých matíc závisia na rozmere zvolenej subštruktúry, pričom n_{SUB} je počet stupňov voľnosti

subštruktúry a $n_R \leq 6$ je počet vlastných vektorov s nulovým vlastným číslom, Φ_R, Φ_S sú submatice matice Φ^{SUB} prináležiace nulovým, resp. nenulovým vlastným číslam.

Zavedením nasledujúceho predpokladu o nových, modifikovaných vlastných vektoroch (napr. Friswell a Mottershead [1]), vyjadrujúceho transformáciu medzi pôvodnými a modifikovanými veličinami

$$[\Phi_{0R}, \Phi_{0S}] = [\Phi_R, \Phi_S] \begin{bmatrix} \mathbf{S}_R & \mathbf{S}_{RS} \\ \mathbf{0} & \mathbf{S}_S \end{bmatrix} \quad (3)$$

kde index 0 reprezentuje pôvodné veličiny a matice *bez* indexu 0 reprezentujú modifikované veličiny a ďalej úpravou rovníc v (1) prostredníctvom vzťahu (3) je možné pre modifikovanú maticu tuhosti subštruktúry, resp. elementu napísať nasledovné

$$\mathbf{K}^{SUB} = \Phi_{0S} \mathbf{S}_S^T \Lambda_S \mathbf{S}_S \Phi_{0S}^T = \Phi_{0S} \begin{bmatrix} \kappa_{1,1} & \cdots & \kappa_{1,(n_{SUB}-n_R)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ SYM & & \kappa_{(n_{SUB}-n_R),(n_{SUB}-n_R)} \end{bmatrix} \Phi_{0S}^T \quad (4)$$

Vzťah (4) je základom parametrizácie generickými elementami pri detekcii poškodenia uvažovanej v tejto príspevku. $\kappa_{1,1}, \dots, \kappa_{(n_{SUB}-n_R),(n_{SUB}-n_R)}$ sú parametrami tejto parametrizácie. Počet týchto parametrov je možné redukovať dodatočnými predpokladmi o výskyte geometrickej symetrie, resp. antisymetrie vo vlastných vektoroch.

Pre citlivosť vlastných frekvencií vzhľadom na zmenu parametrov tohoto typu platí, napr. [1]

$$\frac{\partial \omega_i}{\partial p_j} = \frac{1}{2\omega_i} \Phi_i^T \frac{\partial}{\partial p_j} \left(\mathbf{K}_0 + \sum_{l=1}^{N_p} \mathbf{K}_l(\mathbf{p}_{elem,l}) \right) \Phi_i = \frac{1}{2\omega_i} \Phi_i^T \frac{\partial \mathbf{K}_j(\mathbf{p}_{elem,j})}{\partial p_j} \Phi_i \quad (5)$$

kde N_p je počet parametrizovaných subštruktúr, resp. elementov a $\mathbf{p}_{elem,l}$ je skupina parametrov prináležiaca l -tej subštruktúre, resp. elementu.

3. Korekcia matematického modelu

V príspevku bude použitá v súčasnosti už klasická metóda využívajúca citlivosť zvolených modálnych údajov na zmeny parametrov modelu, [1]. Vychádza sa z parametrizovaného matematického modelu (MKP) a skráteného Taylorovho radu, linearizujúceho problém určenia modálnych údajov v okolí špecifikovaných hodnôt parametrov. Pre takúto situáciu platí vzťah, [1]

$$\boldsymbol{\varepsilon} \equiv \mathbf{z}_m - \mathbf{z}(\mathbf{p}) = \delta \mathbf{z} - \mathbf{S} \delta \mathbf{p} \quad (6)$$

kde $\boldsymbol{\varepsilon}$ je vektor modálnych reziduí, $\mathbf{z}_m, \mathbf{z}(\mathbf{p})$ je vektor nameraných, resp. vypočítaných modálnych údajov, $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{n_M \times n_P}$ je matica prvých derivácií modálnych údajov podľa

jednotlivých parametrov, n_M, n_P je celkový počet identifikovaných modálnych údajov, resp. celkový počet parametrov modelu. Ďalej platí, že $\delta \mathbf{z} = \mathbf{z}_m - \mathbf{z}(\mathbf{p}^j), \delta \mathbf{p} = \mathbf{p}^{j+1} - \mathbf{p}^j$. Uvážením minimalizácie cieľovej funkcie v nasledovnom tvare vzniká požadovaná iteračná procedúra

$$\begin{aligned} J(\mathbf{p}) &= \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{W}_{\varepsilon\varepsilon} \boldsymbol{\varepsilon} + \alpha^j \delta \mathbf{p}^T \mathbf{W}_{pp} \delta \mathbf{p} \\ \delta \mathbf{p} &= [\mathbf{S}^T \mathbf{W}_{\varepsilon\varepsilon} \mathbf{S} + \alpha^j \mathbf{W}_{pp}]^{-1} \mathbf{S}^T \mathbf{W}_{\varepsilon\varepsilon} \delta \mathbf{z} \end{aligned} \quad (7)$$

kde váhové matice $\mathbf{W}_{\varepsilon\varepsilon}, \mathbf{W}_{pp}$ reprezentujú mieru dôvery v jednotlivé namerané údaje, resp. *a priori* predpoklady o presnosti jednotlivých parametrov, parameter $\alpha \in \langle 0, 1 \rangle$ vyjadruje postupne klesajúcu mieru akou má vplyvať regularizačná podmienka vyjadrujúca snahu o minimalizáciu relatívneho kroku počas výpočtov na celkovú hodnotu cieľovej funkcie.

4. Detekcia poškodenia

Častým problémom pri detekcii poškodenia je potreba veľmi presného matematického modelu popisujúceho správanie sa sledovanej sústavy v požadovanom frekvenčnom rozsahu. Dochádza k situácii, ako bude ukázané v odseku 5 a 6, že zmeny v sledovaných údajoch vplyvom poškodenia sú menšie ako rozdiel medzi zdravou, t.j. nepoškodenou sústavou a matematickým modelom, či už počiatočným, alebo dokonca aj korigovaným. V takomto prípade sa stáva veľmi ťažkým rozlíšiť nepresnosť modelovania od zmeny spôsobenej poškodením.

Možnou alternatívou ku predchádzajúcemu prístupu je použitie *rozdielov* medzi údajmi nameranými na zdravej a poškodenej sústave. Takýto prístup je možné reprezentovať nasledovným modifikovaným vzťahom (6), [5]

$$\mathbf{S} \mathbf{p} = \mathbf{z}_m - \mathbf{z}(\mathbf{0}) = \mathbf{z}_d - \mathbf{z}_u \equiv \delta \mathbf{z} \quad (8)$$

pričom \mathbf{p} reprezentuje zmenu hodnôt parametrov v dôsledku poškodenia, $\mathbf{z}_m, \mathbf{z}_d, \mathbf{z}_u$ je vektor nameraných modálnych údajov, resp. vektor nameraných modálnych údajov na poškodenej a nepoškodenej sústave. V takomto prípade, za predpokladu, že prechod sústavy zo stavu popísaného vektorom \mathbf{z}_u do stavu \mathbf{z}_d je zapríčinený len poškodením je možné formulovať problém detekcie poškodenia ako problém nájdenia tých parametrov ktoré sa na uvedenej zmene podielali. Keďže parametre v tomto prípade reprezentujú ako model, tak aj miesto poškodenia, je možné prostredníctvom minimalizácie rezidua rovnice (8) identifikovať miesto a v optimálnom prípade aj model poškodenia na základe výberu optimálnej podmnožiny parametrov z vektora \mathbf{p} . Takýto prístup vedie ku *problému výberu podmnožiny parametrov* z celkovej množiny tvorenej vektorom \mathbf{p} . Pri snahe o kompletný prieskum všetkých možností, resp. podmnožín parametrov je potrebné vyšetriť $(2^{n_p} - 1)$ možností, čo v praktických podmienkach zvyčajne nie je možné. V dôsledku tohoto je potrebné použiť niektoré z dostupných suboptimálnych schém výberu podmnožiny parametrov a popri tom riešiť problém výberu optimálneho množstva parametrov, keďže každé dodatočné pridanie parametra redukuje reziduum rovnice (8).

Rovnicu (8) je možné prepísať do štandardného tvaru sústavy lineárnych rovníc v nasledujúcom tvare

$$\mathbf{A} \mathbf{x} = [\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_{n_p}] \mathbf{x} = \mathbf{b} \quad (9)$$

V tomto príspevku sa bude aktívne uvažovať situácia len s jedným miestom poškodenia konštrukcie a bude teda sledovaná redukovaná varianta predchádzajúceho prístupu obmedzená na hľadanie jedného parametra citlivého na zmeny spôsobené poškodením a reprezentované vektorom \mathbf{b} rovnice (9). Jedná sa teda o snahu o nájdenie takého stĺpca \mathbf{a}_j matice \mathbf{A} ktorý minimalizuje rezíduum v nasledovnom tvare

$$J = \|\mathbf{b} - \mathbf{a}_j \hat{p}_j\|^2 \quad (10)$$

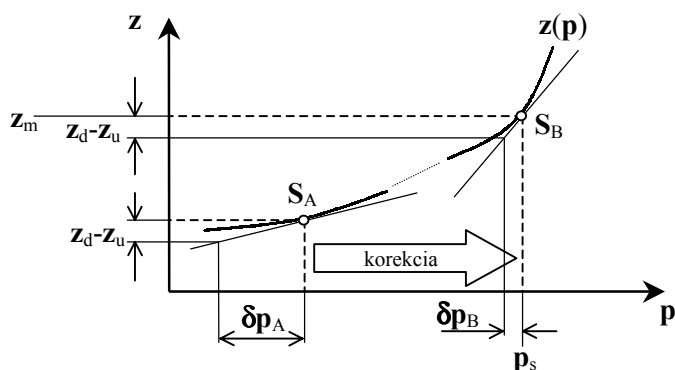
kde \hat{p}_j je odhad j -tého parametra vektora parametrov \mathbf{p} v zmysle minima najmenších štvorcov.

Úlohu reprezentovanú rovnicou (10) je možné transformovať na úlohu nájdenia takého stĺpca matice \mathbf{A} , ktorého uhol s vektorom \mathbf{b} je minimálny, t.j. nájdenie vektora \mathbf{a}_j príslušiaci parametru \hat{p}_j ktorý najlepšie popisuje vektor \mathbf{b} . Na základe vzťahu (10) platí pre jednotlivé uhly medzi stĺpcami matice \mathbf{A} a vektorom \mathbf{b} nasledovný vzťah

$$\cos^2 \phi_i = \frac{(\mathbf{a}_i^T \mathbf{b})^2}{(\mathbf{a}_i^T \mathbf{a}_i)(\mathbf{b}^T \mathbf{b})}, \quad i = 1, 2, \dots, n_p \quad (11)$$

$$\min(\{\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_{n_p}\}) \Rightarrow \hat{p}_j, \mathbf{a}_j$$

Na Obr.1 je symbolicky naznačená potreba korekcie matematického modelu aj v prípade prístupu prezentovaného v tomto odseku. V prípade, že je veľký rozdiel medzi počiatočným modelom (reprezentovaný bodom A) a údajmi nameranými na zdravej sústave (bod B) je nutné realizovať korekciu matematického modelu v snahe o maximálne možné priblíženie sa ku skutočnému, resp. nameranému stavu. Takýto postup je vlastne snahou aby identifikovaný vektor $\delta \mathbf{p}$ čo najviac reprezentoval skutočný vektor zmien $\delta \mathbf{p}_B$ určený na základe $\mathbf{z}_d - \mathbf{z}_u$ a \mathbf{S}_B , čo nie je možné pri použití počiatočného modelu reprezentovaného \mathbf{S}_A a rovnako ako pri korigovanej situácii vektorom $\mathbf{z}_d - \mathbf{z}_u$ (výsledný vektor $\delta \mathbf{p}_A$).

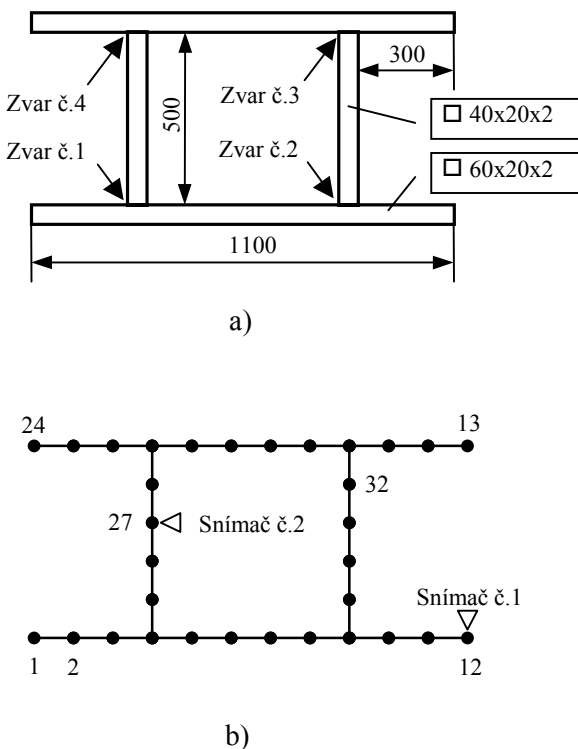


Obr.1 Korekcia modelu pre získanie 'skutočnej' matice \mathbf{S}

5. Experimentálna sústava

Experimentálna sústava ako aj výsledky experimentálnej modálnej analýzy realizovanej na tejto sústave pri rôznych stavoch poškodenia sú podrobne popísané v článku [6]. Na Obr.2a, a na Obr.2b je naznačená jej experimentálna a zároveň aj analytická (MKP) diskretizácia. Poškodenie sústavy bolo realizované pomocou rôznej kompletnosti vyhotovenia, za normálnych okolností kútových obvodových zvarov.

Pre potreby tohoto príspevku budú uvažované celkovo tri stavy konštrukcie reprezentujúce zdravú sústavu a sústavu s jedným miestom a pri dvoch úrovniach poškodenia. Výsledky modálnej analýzy prezentované prostredníctvom vlnných frekvencií ako aj schématicky naznačený stav jednotlivých zvarov je uvedený v Tab.1.



Obr.2 Schéma a diskretizácia (EMA, MKP) meranej konštrukcie

Tab.1 Porovnanie vlastných frekvencií (zdravá vs. poškodená vs. počiatočný model MKP)

	<i>Stav V</i>	<i>Stav VI</i>	<i>Stav VII</i>	<i>MKP</i>
1.	50,26 (-17,02)	60,06 (-0,83)	60,57 (0)	98,23 (62,18)
2.	124,82 (-1,35)	126,60 (0,06)	126,53 (0)	136,51 (7,89)
3.	139,63 (-5,05)	147,86 (0,44)	147,05 (0)	184,06 (25,17)
4.	175,42 (-0,27)	175,86 (-0,02)	175,89 (0)	185,13 (5,25)
5.	280,33 (-0,15)	280,81 (0,01)	280,76 (0)	294,67 (4,95)
6.	301,72 (-5,88)	319,60 (-0,30)	320,56 (0)	405,52 (26,50)
7.	347,97 (-3,53)	359,55 (-0,32)	360,70 (0)	509,94 (41,37)
8.	414,17 (-2,33)	423,40 (-0,15)	424,03 (0)	560,85 (32,27)
9.	560,63 (-1,04)	565,93 (-0,10)	566,52 (0)	608,52 (7,41)
<i>Popis zvarov pri jednotlivých meraných stavoch.</i>				
	4	3	4	3
	1	2	1	2

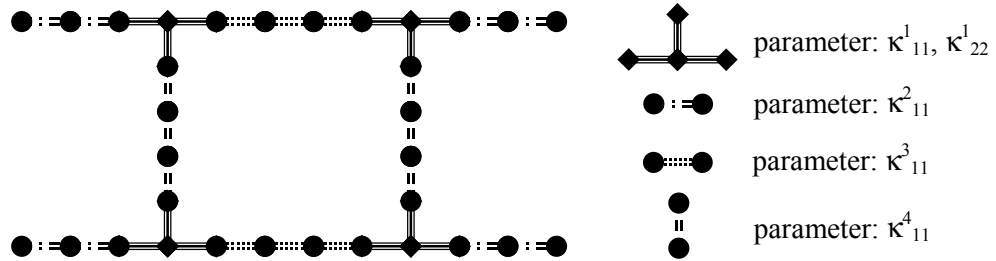
Pozn.: Vlastné frekvencie sú uvedené v [Hz], v oblých zátvorkách je uvedené vzájomné porovnanie medzi *Stavom VII* a *Stavmi V, VI* a MKP modelom v [%].

6. Analýza experimentálneho modelu

6.1 Korekcia počiatočného modelu

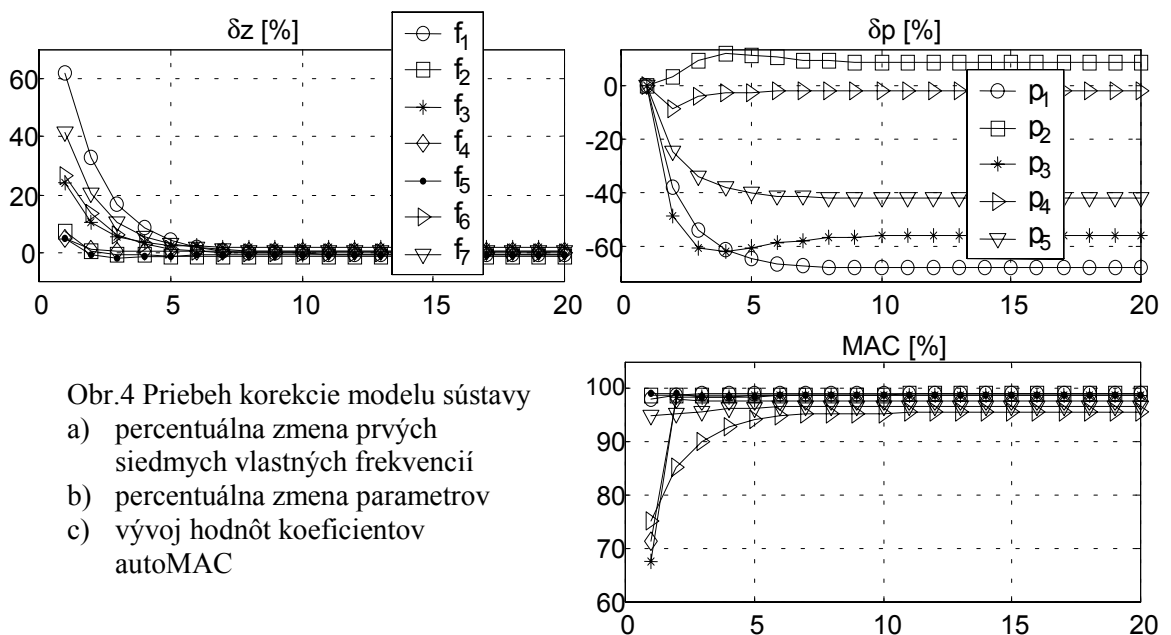
Na Obr.3 je naznačená parametrizácia modelu MKP. Uvedená parametrizácia bola zvolená s ohľadom na budúce použitie pri detekcii poškodenia ako aj na predpokladané nepresnosti pri tvorbe počiatočného modelu sústavy. Ako je zrejmé z Tab.1, je veľký rozdiel medzi počiatočným modelom a experimentálnymi údajmi nameranými na zdravej sústave (maximálny rozdiel pri prvej frekvencii je 62,18 %). Ako sa potvrdil predpoklad na detailnom modeli sústavy vytvorenom v ANSYS-e

pomocou škrupinových prvkov (5040 stupňov voľnosti), dokumentované rozdiely sú spôsobené predovšetkým neplatnosťou predpokladu o dokonale tuhom spoji v mieste zvaru, resp. neplatnosťou ostatných predpokladov súvisiacich s použitím *Euler-Bernoulliho* nosníkového 2D prvku. Model vytvorený nosníkovými prvkami má celkovo 96 stupňov voľnosti.



Obr.3 Parametrizácia matematického modelu

Na Obr.3 sú predstavené aj jednotlivé generické elementy, resp. subštruktúry a spôsob ich parametrizácie. Celkovo je teda model parametrizovaný pomocou piatich parametrov $\mathbf{p} = [p_1, p_2, \dots, p_5]^T = [\kappa_{11}^1, \kappa_{22}^1, \kappa_{11}^2, \kappa_{11}^3, \kappa_{11}^4]^T$. Priebeh vývoja jednotlivých relevantných hodnôt počas korekcie modelu je zachytený na Obr.4.



Pri korekcii matematického modelu sústavy prostredníctvom parametrizácie popísanej na Obr.3 a vzťahu (7) bolo použitých prvých 7 nenulových vlastných frekvencií (frekvenčný rozsah od 0 do 400 Hz), čím bola zabezpečená preurčenosť problému. 8. a 9. vlastná frekvencia (t.j. nepoužitá pri korekcii) bola použitá pri overovaní efektívnosti korekcie mimo uvažovanej frekvenčnej oblasti. Váhové matice $\mathbf{W}_{\varepsilon\varepsilon}$ a \mathbf{W}_{pp} boli uvažované ako diagonálne matice vytvorené z prevrátenej hodnoty rozptylu jednotlivých frekvencií, resp. parametrov. Rozptyl jednotlivých veličín bol zvolený ako konštantné percento z hodnôt týchto veličín, v prípade frekvencií 0.5 %, v prípade parametrov 2 %. Hodnota parametra α bola v priebehu korekcie rovná 0.5. Hodnoty frekvencií, resp. percentuálnych rozdielov po korekcii sú uvedené v Tab.2.

Okrem korigovaných frekvencií sú tu uvedené aj zmeny frekvencií ktoré neboli použité pri korekcii. Hodnoty MAC kritéria sa pre obmedzenosť priestoru neuvádzajú. Obr.4c poskytuje informatívny prehľad o zmenách korelačného kritéria všetkých vlastných tvarov. Vo všetkých prípadoch došlo ku zlepšeniu korelácie, pričom najhoršia prináležala 6. vlastnému tvaru a mala hodnotu 95,5 % (pôvodne 75,2 %).

Tab.2 Porovnanie hodnôt vlastných frekvencií základného modelu, korigovaného modelu a nameraných vlastných frekvencií

	<i>FEM model, [Hz]</i>	<i>Korigovaný model, [Hz]</i>	<i>Namerané údaje, [Hz]</i>	$((f_{FEM} - f_{MER}) / f_{MER}) \times 100, [\%]$	$((f_{KOR} - f_{MER}) / f_{MER}) \times 100, [\%]$
1.	98,23	60,28	60,57	62,18	-0,48
2.	136,51	124,57	126,53	7,89	-1,56
3.	184,06	149,54	147,05	25,17	1,70
4.	185,13	177,13	175,89	5,25	0,70
5.	294,67	278,75	280,77	4,95	-0,72
6.	405,52	319,74	320,56	26,44	-0,25
7.	509,94	362,39	360,69	41,37	0,47
8.	560,85	480,70	437,72	32,27	9,82
9.	608,52	553,52	566,53	7,41	-2,30

Pozn.: Vlastná frekvencia č.8 a 9 neboli použité pri korekcii matematického modelu.

Korekciou matematického modelu vytvoreného pomocou MKP (pozri Obr.2b) a parametrizovaného pomocou generických elementov, resp. parametrov prináležiacich týmto elementom (pozri Obr.3) bolo dosiahnuté výrazné zlepšenie modelu reprezentované veľkým priblížením sa frekvencií korigovaného modelu k nameraným (pozri Tab.2, maximálny rozdiel pred korekciou 62,18 % na 1.vlastnej frekvencii, po korekcii na 1,70 % na 3.vlastnej frekvencii), ako aj zvýšenou koreláciou vlastných tvarov reprezentovaných MAC kritériom (informatívne pozri Obr.4c). Významnou črtou tohoto prípadu korekcie je nezanedbateľné vylepšenie frekvencií ktoré neboli použité pri korekcii (pozri Tab.2).

6.2 Detekcia poškodenia s využitím korigovaného modelu

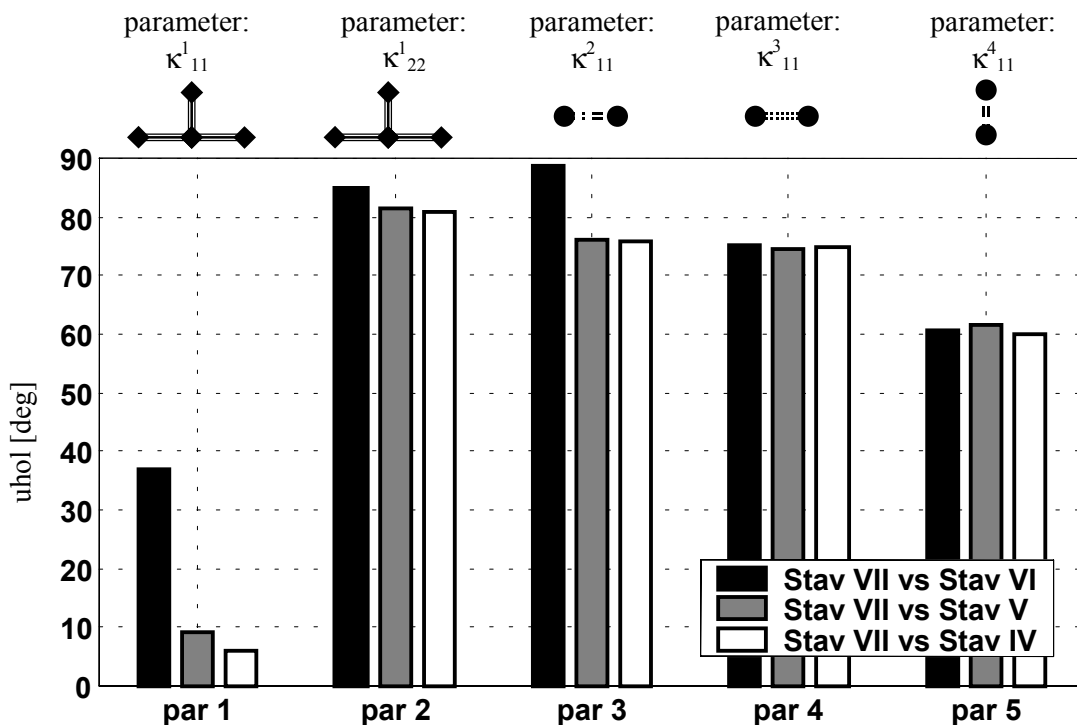
Pri detekcii poškodenia boli uvažované závery poskytnuté vzťahom (11), t.j. boli určované uhly medzi stĺpcami matice **A** vzťahu (9), t.j. matice citlivosti pri hodnotách parametrov získaných prostredníctvom predchádzajúcej korekcie a vektorom **b** vzťahu (9), t.j. rozdiely medzi nameranými a predigovanými modálnymi údajmi. Pri určovaní podpriestorových uhov (pozri napr. [5]) bolo použitých prvých 7 vlastných frekvencií, t.j. frekvencií použitých pri korekcii. Jednotlivé veličiny spomínaného vzťahu boli vážené prostredníctvom prevrátených hodnôt veličín nameraných pri *Stave VII*, t.j. stave bez poškodenia čím bola zabezpečená rovnaká významnosť zmien na všetkých použitých frekvenciách aj napriek ich pôvodne značne rozdielnym hodnotám. V tejto fáze výskumu bolo predpokladané jedno miesto poškodenia pri rôznych úrovniach poškodenia reprezentovaných *Stavom VI* a *Stavom V* (pozri Tab.1). Pre potreby dodatočných úvah bol ďalej použitý *Stav IV* ktorý nie je popísaný v tomto príspevku (kompletný prehľad všetkých realizovaných stavov uvažovanej konštrukcie je podrobne zdokumentovaný v [6]). Charakteristickou črtou tohoto stavu je to, že sa jedná o rozlične rozsiahle poškodenie (resp. neúplnosť zvarov) až v troch miestach (pri uvažovaní označenia v súlade s Tab.1 sú to miesta 4, 3 a 2).

Na Obr.5 sú zachytené výsledky detekcie poškodenia prostredníctvom podpriestorových uhlov. Jednotlivé skupiny stĺpcov zodpovedajú parametrom pomocou ktorých bola konštrukcia parametrizovaná. Na každej z troch horizontálnych pozícií pri

každom parametri sa nachádzajú stĺpce zodpovedajúce jednotlivým kombináciám poškodených stavov (*Stav IV, V, VI*) so zdravým stavom (t.j. *Stav VII*), t.j. $\delta \mathbf{z} \equiv \mathbf{z}_d - \mathbf{z}_u$.

Na základe grafu uvedeného na Obr.5 je možné jednoznačne identifikovať poškodenie zodpovedajúce parametru $p_1 = \kappa_{11}^1$. Táto veličina je parametrom generickej subštruktúry ktorá bola efektívne použitá aj pri korekcii modelu (pozri odsek 6.1). Na základe tohoto je možné prisúdiť poškodenie práve niektorému zo zvarov na parametrizáciu ktorých boli tieto parametre použité. Významnou črtou tohoto experimentu je fakt, že aj nie veľmi výrazne prejavujúce sa poškodenie pri *Stave VI* je veľmi dobre pozorovateľné v tomto grafe. Zvýšená úroveň poškodenia v tom istom mieste reprezentovaná *Stavom V* vedie ku ešte zreteľnejšej identifikácii miesta, resp. typu poškodenia.

Tento fakt je v čiastočnom rozpore s očakávaním a teoretickými predpokladmi kedy by mala zvyšujúca sa úroveň poškodenia viesť ku narastaniu príslušného uhla a teda zhoršujúcej sa kvalite identifikácie poškodenia, keďže sa zvyšuje nepresnosť súvisiaca s linearizáciou pôvodne nelineárneho problému. V tejto situácii je však možné, že uvedený efekt súvisí s tým, že úroveň poškodenia pri *Stave VI* je príliš malá (maximálny rozdiel medzi *Stavom VII* a *Stavom VI* je -0,83 % na prvej vlastnej frekvencii, pozri Tab.1) na úplné prejavenie sa a teda pri prechode do *Stavu V* charakterizovaného väčšou úrovňou poškodenia sa tento druh poškodenia prejaví výraznejšie (maximálny rozdiel pre túto kombináciu je -17,02 % na prvej vlastnej frekvencii), t.j. menším uhlom.



Obr.5 Výsledky detekcie poškodenia prostredníctvom podpriestorových uhlov

Pre porovnanie sú na Obr.5 uvedené aj podpriestorové uhly pre *Stav IV* ktorý je charakteristický tým, že sa jedná o poškodenie vo viacerých miestach konštrukcie. Pre túto situáciu uhol príslušiaci parametru 1 ešte stále klesá. Vzhľadom na to, že sa jedná o poškodenie vo viacerých miestach konštrukcie zaniká možnosť jednoznačného

prisúdenia poškodenia niektorému subštruktúrnemu celku konštrukcie ku ktorému uvedený parameter prináleží.

Ďalšou významnou črtou výsledkov prezentovaných na Obr.5 je značná necitlivosť ostatných parametrov na poškodenie v zvarových spojoch čo je chápané v tomto prípade ako pozitívny faktor realizovaného postupu detekcie poškodenia.

7. Záver

V príspevku je prezentované použitie generických elementov v kontexte korekcie matematického modelu ako aj detekcia poškodenia s využitím parametrizovaného modelu a podpriestorových uhlov medzi experimentálnymi výsledkami a korigovaným modelom uvažovanej konštrukcie.

V príspevku je formulovaný postup aplikovaný na tenkostennú rámovú konštrukciu obsahujúcu štyri zvarové spoje. Korekciou matematického modelu vytvoreného pomocou Euler-Bernoulliho 2D prvkov bol získaný model ktorý výrazne lepšie zodpovedal skutočnosti reprezentovanej údajmi získanými pomocou experimentálnej modálnej analýzy. Dôkazom fyzikálnosti prevedenej korekcie je opäť výrazne zvýšená korelácia medzi experimentálnymi a analytickými vlastnými tvarmi indikovaná MAC kritériom, ako aj nezanedbateľné priblíženie sa vlastných frekvencií nepoužitých pri korekcii ku experimentálnym.

Detekcia poškodenia využívajúca zvolené parametre a ich schopnosť modelovať uvažované poškodenie sa preukázala ako veľmi perspektívna a to predovšetkým pri detekcii existencie poškodenia a prípadne aj jeho lokalizácii, uvažujúc lokálny charakter parametrov. Toto sa predovšetkým preukázalo pri poškodení prezentovanom veľmi malými rozdielmi medzi zdravým a poškodeným stavom.

V budúcnosti bude potrebné podrobnejšie rozpracovať problematiku poškodenia vo viacerých miestach konštrukcie prostredníctvom aplikácie niektorej z procedúr selekcie podmnožiny parametrov, ako aj možnosť využitia priestorovej informácie poskytovanej identifikovanými vlastnými tvarmi.

8. References

- [1] Friswell M.I., Mottershead J.E. (1995), Finite Element Model Updating in Structural Dynamics, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht
- [2] Gladwell G.M.L. a Ahmadian H. (1995) Generic Element Matrices Suitable for Finite Element Model Updating, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 9(6), pp.601-614
- [3] Law S.S., Chan T.H.T. a Wu D. (2001) Efficient Numerical Model for the Damage Detection of a Large Scale Complex Structure, *Engineering Structures*, 23(5), pp.436-451
- [4] Wang D., Friswell M.I., Nikravesh P.E. a Kuo E.Y. (1999) Damage Detection in Structural Joints Using Generic Joint Elements, *Proceedings of the 17th International Modal Analysis Conference (IMAC)*, Orlando, pp.792-798
- [5] Friswell M.I., Penny J.E.T. a Garvey S.D. (1997) Parameter Subset Selection in Damage Location, *Inverse Problems in Engineering*, Vol.5, No.3, pp.189-215
- [6] Titurus B. a Starek L. (2001) Comparative Study of the Parametrization Techniques in Vibration Based Damage Detection of Welded Test Structure, *Zborník Engineering Mechanics 2001*, Svratka, Česká republika