Národní konference s mezinárodní úcastí

INŽENÝRSKÁ MECHANIKA 2002

13. – 16. 5. 2002, Svratka, Ceská republika

PREDIKCE POHOTOVOSTI MECHANICKÝCH SYSTÉMŮ

Zdeněk Vintr*

Při návrhu mechanických systémů skládajících se z řady relativně samostatných subsystémů se často můžeme setkat s požadavkem predikce výsledné úrovně spolehlivosti charakterizované pohotovostí systému. Jednou z možných cest je odhad vycházející ze známé, případně odhadnuté úrovně pohotovosti jednotlivých subsystémů. Tento postup je založen na matematickém modelování závislosti výsledné pohotovosti systému na pohotovosti jednotlivých subsystému. Při tvorbě těchto modelů se v zásadě dají použít dva přístupy. První je založen na analýze prostoru stavů (náhodné procesy Markovovského typu) a druhý vychází z analytického vyjádření závislostí mezi ukazateli bezporuchovosti a udržovatelnosti systému a jeho subsystémů. Článek popisuje obě metody a analyzuje možnosti praktického použití přibližných výpočtových vztahů, které jsou v odborné literatuře publikovány jako výsledek analýzy prostoru stavů v případě prostého procesu obnovy u systému jehož subsystémy jsou z hlediska spolehlivosti uspořádány sériově. Praktické použití prezentovaných postupů je demonstrováno na příkladu odhadu pohotovosti poháněcí soustavy těžkého pásového vozidla.

Klíčová slova: *pohotovost, udržovatelnost, bezporuchovost, predikce, porucha, analýza prostoru stavů, náhodný proces*

1 Úvod

Při návrhu modernizace poháněcí soustavy těžkého pásového vozidla vyvstal požadavek na provedení odhadu ukazatelů pohotovosti poháněcí soustavy na základě známých nebo odhadnutých ukazatelů pohotovosti případně udržovatelnosti a bezporuchovosti jednotlivých subsystémů této soustavy. Analyzovaná poháněcí soustava má z hlediska spolehlivosti sériovou strukturu, tj. porucha kteréhokoliv ze subsystémů vede ke ztrátě funkčnosti poháněcí soustavy jako celku.

Pro odhad součinitele asymptotické pohotovosti soustavy byly použity přibližné výpočtové vztahy uváděné v odborné literatuře [5], [7], [9], [8]. Výsledky odhadu však vykazovaly jisté rozpory. Proto bylo přistoupeno k pokusu o vyjádření přesného analytického vztahu mezi součinitelem asymptotické pohotovosti soustavy a ukazateli bezporuchovosti a udržovatelnosti jednotlivých subsystému. Současně byla provedena analýza použitelnosti přibližných vztahů uváděných v literatuře, aby bylo možné posoudit zda je chyba generovaná použitím těchto přibližných vztahů pro daný případ akceptovatelná či nikoli.

Předložený článek přináší stručný přehled výsledků a poznatků získaných při řešení naznačených problémů a na příkladu odhadů ukazatelů pohotovosti poháněcí soustavy pásového vozidla demonstruje jejich praktickou aplikaci.

* Doc. Ing. Zdeněk Vintr, CSc., Vojenská akademie v Brně, Fakulta vojenskotechnická-druhů vojsk, Kounicova 65, 612 00 Brno, Tel.: 05 4118 3474, Fax: 05 4118 3420, E-mail: vintr@cs.vabo.cz

2 Ukazatele pohotovosti

Spolehlivost opravovaných objektů je charakterizována především ukazateli pohotovosti, které komplexně popisují jejich bezporuchovost a udržovatelnost. Obecně se ukazatelem pohotovosti rozumí funkce nebo číselná hodnota používaná pro popis rozdělení pravděpodobnosti konkrétní sledované (náhodné) veličiny, která charakterizuje pohotovost objektu. Takovou náhodnou veličinou zde zpravidla je stav objektu, který se náhodně v čase mění.

Přehled základních ukazatelů, které se v praxi pro popis pohotovosti objektů používají je uveden v příslušných technických normách [1]. Dále jsou charakterizovány ty ukazatele pohotovosti, které jsou používány v předpoložené práci.

Základním ukazatelem pohotovosti je tzv. „Funkce okamžité pohotovosti“, která vyjadřuje pravděpodobnost toho, že objekt je ve stavu schopném plnit v daných podmínkách a v daném časovém okamžiku požadovanou funkci za předpokladu, že jsou zajištěny požadované vnější prostředky. Označuje se symbolem A(t). Tento ukazatel není v praxi příliš často používán, protože předmětem zájmu obvykle není okamžitá úroveň pohotovosti objektu, ale úroveň jeho pohotovosti vztažená k určitému časovému intervalů. Z tohoto důvodu se používají pro popis pohotovosti především následující dva ukazatele:

a) Součinitel střední pohotovosti, který vyjadřuje střední hodnotu okamžité pohotovosti v daném časovém intervalu (t_1, t_2). Součinitel lze vyjádřit následujícím vztahem:

$$\overline{A}(t_1, t_2) = \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} A(t) \cdot dt \qquad (1)$$

b) Součinitel asymptotické pohotovosti, který vyjadřuje limitu okamžité pohotovosti, pro účely modelování, existuje-li, jestliže se doba blíží nekonečnu. Představuje limitu okamžité funkce pohotovosti pro $t \rightarrow \infty$.

$$A = \lim_{t \to \infty} A(t) \qquad (2)$$

Jestliže má rozdělení dob mezi poruchami a dob do obnovy exponenciální charakter, můžeme součinitel asymptotické pohotovosti objektu vyjádřit následujícím vztahem [3]:

$$A = \frac{MTBF}{MTTR + MTBF} = \frac{\mu}{\lambda + \mu} \qquad (3)$$

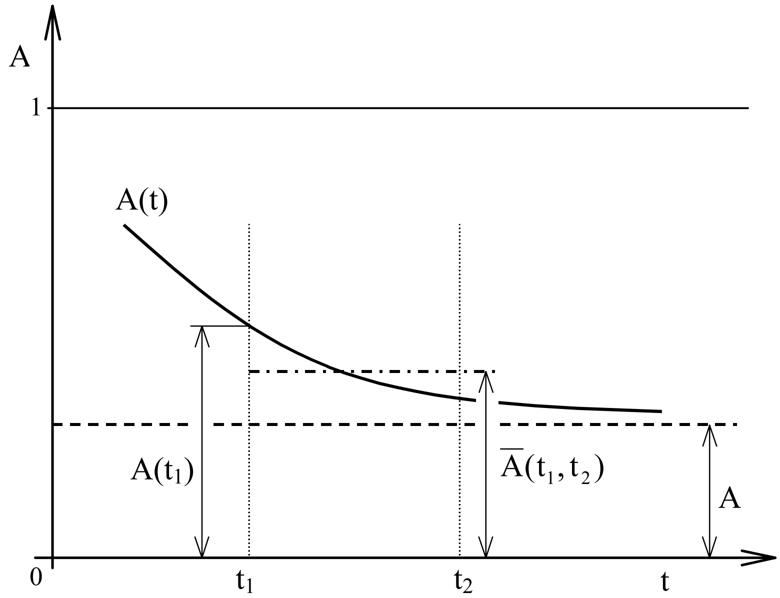
Kde: MTBF - střední doba mezi poruchami;

MTTR - střední doba do obnovy;

λ - intenzita poruch;

μ - intenzita oprav.

Vzájemné relace mezi uvedenými ukazateli pohotovosti jsou graficky znázorněny na Obr.1. Pro celkový popis pohotovosti objektu je z uvedených ukazatelů nejvhodnější součinitel asymptotické pohotovosti, který charakterizuje jistou ustálenou úroveň pohotovosti, ke které se objekt s rostoucí dobou provozu postupně blíží. Praktické zkušenosti ukazují, že hodnota funkce okamžité pohotovosti konverguje k hodnotě součinitele asymptotické pohotovosti velice rychle [4], [9].



Obr.1 Vztahy mezi ukazateli pohotovosti

3 Modelování pohotovosti mechanických systémů

Jednou ze základních úloh predikce pohotovosti mechanických systémů je určení součinitele asymptotické pohotovosti systému na základě znalosti ukazatelů bezporuchovosti a udržovatelnosti jednotlivých prvků (subsystémů, agregátu, skupin apod.). K řešení této úlohy je nezbytná znalost matematického modelu, který vyjadřuje závislosti součinitele asymptotické pohotovosti systému na hodnotách ukazatelů bezporuchovosti a udržovatelnosti jeho jednotlivých prvků. Dále jsou naznačeny dva postupy, které umožňují určení těchto závislostí.

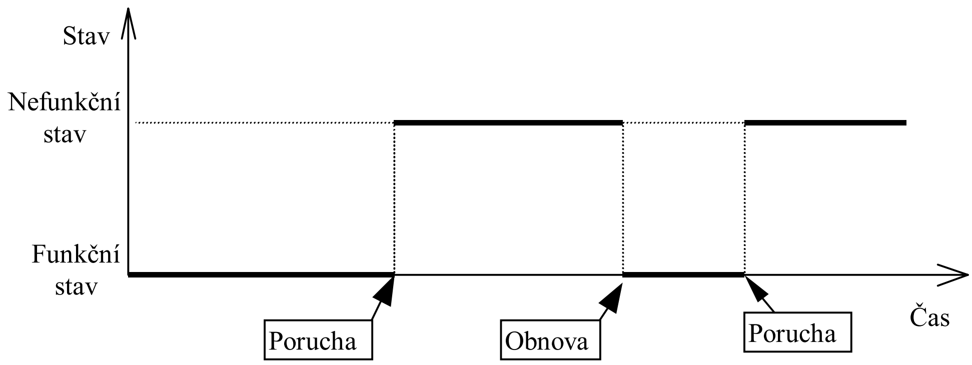
3.1 Analýza prostoru stavů

Východiskem pro návrh takového modelu pohotovosti systému je tak zvaná analýza prostoru stavů v nichž se systém může nacházet. Systém se obecně může nacházet v mnoha různých stavech, přičemž každý z nich je určen určitou kombinací stavů jednotlivých prvků. Obdobně se v řadě stavů, které se náhodně střídají může nacházet i každý prvek systému. Proces kdy se v čase náhodně mění stavy sledovaných objektů je obecně označován jako náhodný proces Markovova typu.

Nejčastěji se u mechanických systémů můžeme setkat s tzv. dvoustavovým modelem kde se systém v závislosti na stavu jednotlivých prvků může nacházet buď ve funkčním nebo v nefunkčním stavu. Jestliže se přechody mezi těmito stavy náhodně střídají a mohou nastat v libovolném časovém okamžiku, bývá tento náhodný proces označován jako prostý proces obnovy, který znázorněn na Obr. 2.

Východiskem analýzy takového náhodného procesu je kvalitativní analýza prostoru stavů, která spočívá v určení všech možných (vzájemně disjunktních) stavů ve kterých se systém může nacházet. Ke znázornění stavového prostoru systému a k usnadnění jeho analýzy se využívají tak zvané diagramy přechodů mezi stavy [12].

Tyto diagramy představují specifický model spolehlivosti systému z hlediska jeho chování v čase. Diagram graficky vyjadřuje závislost stavu systému na stavech jeho jednotlivých prvků a naznačuje jakými způsoby může systém měnit svůj stav. Vlastní diagram představuje uspořádaný soubor značek stavů mezi nimiž jsou vyznačeny šipkami všechny přechody mezi jednotlivými stavy systému. K šipkám se uvádí údaje o intenzitě s jakou lze příslušný přechod mezi stavy očekávat [12].

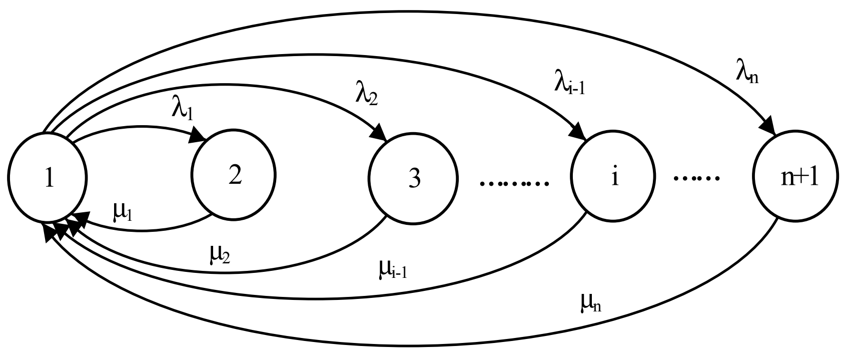


Obr. 2 Prostý proces obnovy

Na Obr. 3 je znázorněn diagram přechodů mezi stavy sériového systému s n prvky, který reprezentuje mechanický systém s následujícími vlastnostmi:

- Systém se skládá z n prvků, které jsou z hlediska spolehlivosti vzájemně nezávislé (porucha jednoho prvku nemůže vést k poruše jiného prvku).
- Systém se může nacházet celkem v n+1 stavech, přičemž pouze jeden z nich (stav 1) je stavem funkčním, všechny ostatní stavy (stav 2 až n+1) jsou stavy nefunkční, tj. Systém se nachází ve funkčním stavu pouze tehdy, když jsou ve funkčním stavu současně všechny jeho prvky.
- Všechny intenzity přechodů mezi jednotlivými stavy systému jsou konstantní a s časem se nemění (rozdělení dob mezi poruchami a dob do obnovy má exponenciální charakter).
- V každém časovém okamžiku může být v nefunkčním stavu nejvýše jeden prvek systému. (Pravděpodobnost současného vzniku poruchy u dvou a více prvků je zanedbatelně malá a porucha kteréhokoliv prvku vede k přechodu systému do nefunkčního stavu, tudíž porucha dalšího prvku se může projevit nejdříve v okamžiku, kdy byl systém po opravě vrácen do funkčního stavu a uveden do provozu.)

Vzhledem k omezenému rozsahu příspěvku je další řešení omezeno pouze na systémy s uvedenými vlastnostmi.



Obr. 3 Sériový systém s n prvky

Cílem kvantitativní analýzy diagramu přechodů mezi stavy je určení pravděpodobnosti toho, že se systém v čase t nachází ve funkčním respektive nefunkčním stavu. Cílem řešení je tedy určení funkce okamžité pohotovosti systému, případně součinitele asymptotické pohotovosti. Celé řešení je založeno na vytvoření soustavy lineárních diferenciálních rovnic prvního řádu, které popisují pravděpodobnosti výskytu jednotlivých stavů systému. Tato soustava rovnic je analyticky řešitelná například s využitím Laplaceovy transformace. Vlastní popis tohoto řešení překračuje rámec příspěvku a nebude zde prezentován. Podrobněji viz [4], [9].

V odborné literatuře jsou prezentovány dva výsledky kvalitativní analýzy diagramu přechodů znázorněného na Obr. 3, které vyjadřují závislost součinitele asymptotické pohotovosti systémů na ukazatelích bezporuchovosti a udržovatelnosti prvků subsystému. Oba výsledné vztahy mají charakter přibližných vztahů, které platí pokud je dodržena podmínka:

$$\frac{\lambda_i}{\mu_i} << 1 \tag{4}$$

Kde: λ_i - intenzita poruch i-tého prvku systému;

μ_i - intenzita oprav i-tého prvku systému.

Oba vztahy tedy jsou obecně určeny pro vysoce spolehlivé systémy s vysokou úrovní bezporuchovosti a dobrou opravitelností. První vztah vyjadřuje závislost součinitele asymptotické pohotovosti systému na úrovni spolehlivosti prvků následujícím způsobem [9]:

$$A \approx 1 - \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\lambda_i}{\mu_i} \tag{5}$$

Kde: n - počet prvků systému.

Druhý přibližný vztah má tvar [5], [8]:

$$A \approx \prod_{i=1}^{i=n} \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} \tag{6}$$

Podmínka platnosti těchto vztahů (4) je vymezena poněkud vágně a neumožňuje kvalifikované rozhodnutí, zda lze v konkrétním případě zjednodušený vztah použít při zachování akceptovatelné přesnosti výsledku. Vzhledem k tomu, že praktická aplikace těchto zjednodušených vztahů, která je blíže popsána v kapitole 5, vedla k rozporným výsledkům, bylo přistoupeno k pokusu o vyjádření přesného analytického vztahu mezi součinitelem asymptotické pohotovosti a ukazateli bezporuchovosti a udržovatelnosti jednotlivých prvků systému a k vymezení přesnějších podmínek platnosti zjednodušených vztahu.

S použitím standardních postupů [4] byl analyzován diagramu přechodů mezi stavy znázorněný na Obr. 3. Při řešení se ukázalo, že existuje relativně jednoduchý výpočtový vztah, ke kterému lze dospět analytickým řešením bez jakýchkoliv zjednodušujících předpokladů. Tento vztah v dostupné literatuře není jako výsledek analýzy diagramů přechodů mezi stavy sériového systému uváděn. Postup odvození tohoto vztahu zde není prezentován, protože je poměrně obsáhlý a protože správnost výsledku řešení je zde prokázána jiným způsobem.

Výpočtový vztah má následující tvar:

$$A = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\lambda_i}{\mu_i}} \tag{7}$$

3.2 Přímé vyjádření pohotovosti systému

Tuto metodu určení závislosti součinitele asymptotické pohotovosti systému na ukazatelích bezporuchovosti a udržovatelnosti jednotlivých prvků je možné použít pouze v případě, kdy lze analyticky bez modelování prostoru stavů vyjádřit ukazatele bezporuchovosti a udržovatelnosti systému jako funkce ukazatelů bezporuchovosti a udržovatelnosti jednotlivých prvků systémů. To je obecně možné provést pouze pro některé speciální případy uspořádání systému, mezi které patří i sériové uspořádání.

V případě sériového systému charakterizovaného v odstavci 3.1 lze intenzitu poruch systémů vyjádřit vztahem [10]:

$$\lambda = \sum_{i=1}^{i=n} \lambda_i \tag{8}$$

a intenzitu oprav vztahem [10]:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} \lambda_i}{\sum_{i=1}^{i=n} \frac{\lambda_i}{\mu_i}} \tag{9}$$

Dosazením těchto rovnic do rovnice (3) potom obdržíme hledaný vztah pro součinitel asymptotické pohotovosti:

$$A = \frac{\dfrac{\sum_{i=1}^{i=n} \lambda_i}{\sum_{i=1}^{i=n} \frac{\lambda_i}{\mu_i}}}{\sum_{i=1}^{i=n} \lambda_i + \dfrac{\sum_{i=1}^{i=n} \lambda_i}{\sum_{i=1}^{i=n} \frac{\lambda_i}{\mu_i}}} = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\lambda_i}{\mu_i}} \tag{10}$$

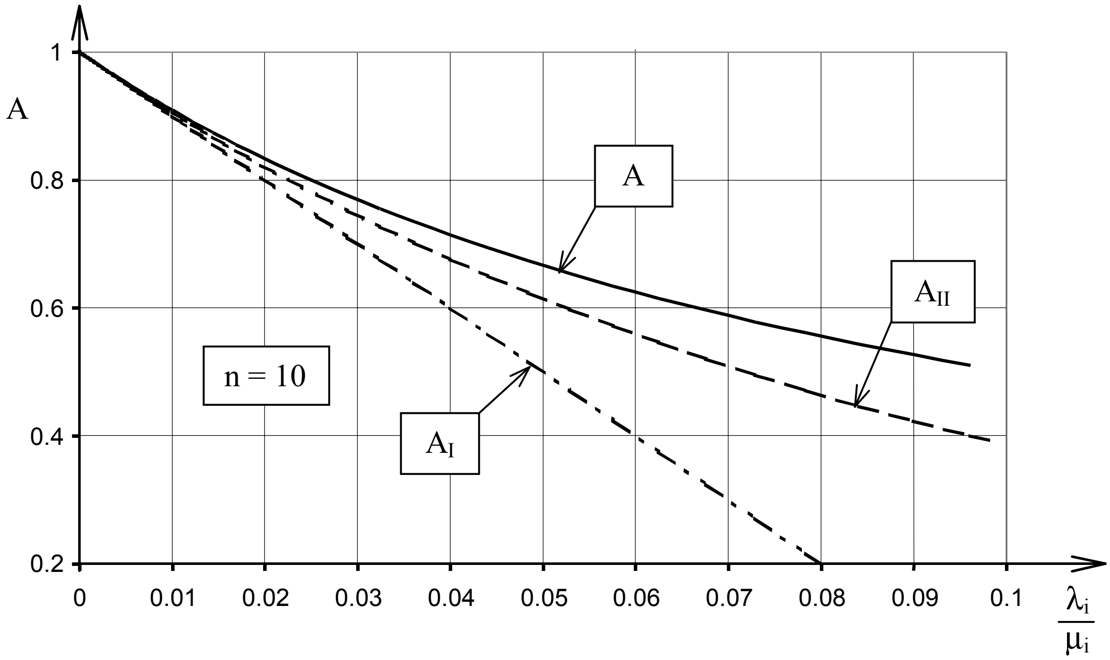
Z uvedeného je patrné, že výsledný vztah je totožný se vztahem (7) určeným s využitím analýzy prostoru stavů.

4 Analýza použitelnosti zjednodušených výpočtových vztahů

V další analýze je součinitel asymptotické pohotovosti určený s použitím vztahu (5) označován symbolem A_I, při použití vztahu (6) symbolem A_{II} a při použití přesného vztahu (7) symbolem A. V dále uvedených porovnáních se vždy předpokládá, že systém je složen z n prvků se shodným poměrem intenzity poruch k intenzitě oprav:

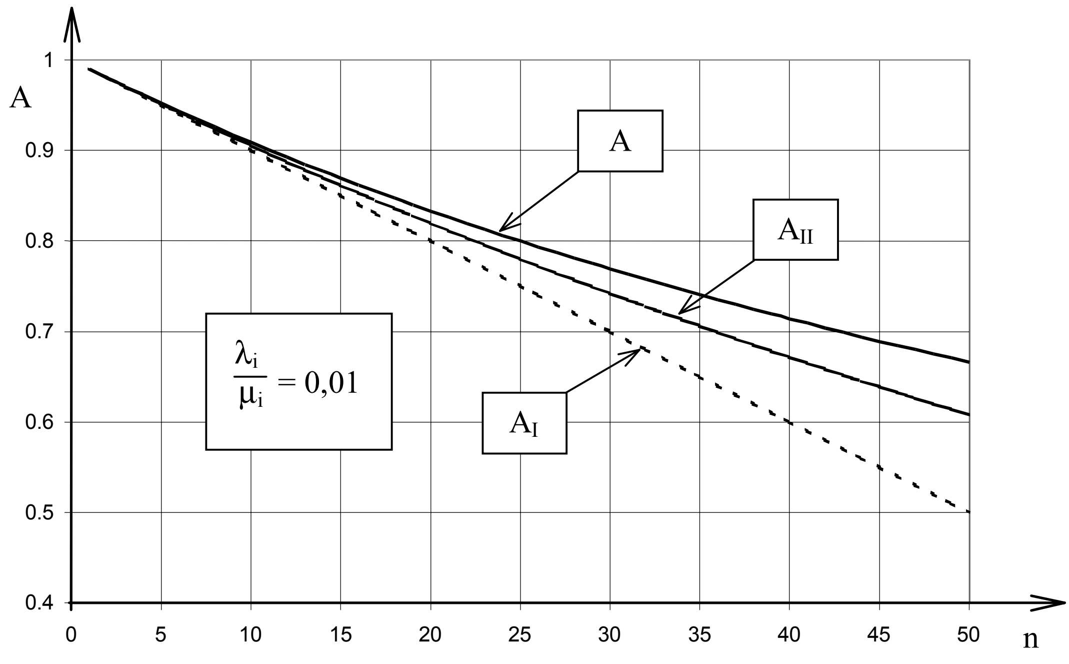
$$\frac{\lambda_1}{\mu_1} = \frac{\lambda_2}{\mu_2} = \ldots = \frac{\lambda_i}{\mu_i} = \ldots = \frac{\lambda_{n-1}}{\mu_{n-1}} = \frac{\lambda_n}{\mu_n} \tag{11}$$

Na obr. Obr. 4 jsou graficky znázorněny závislosti součinitele asymptotické pohotovosti na poměru intenzity poruch k intenzitě oprav při použití jednotlivých výpočtových vztahů. Při výpočtu bylo uvažováno, že se systém skládá z 10 prvků.



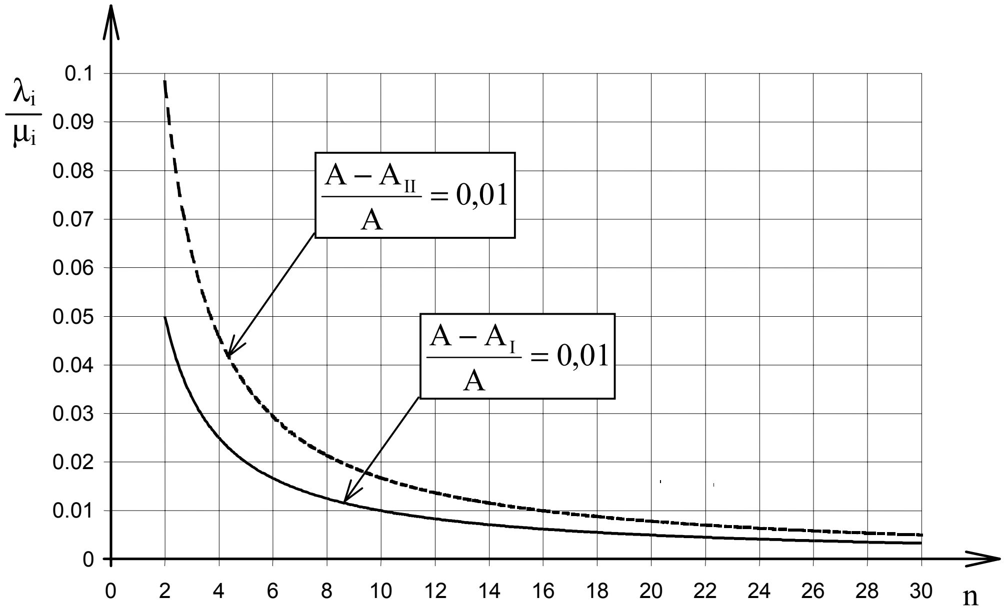
Obr. 4 Závislost součinitele asymptotické pohotovosti na poměru λ_i/μ_i

Z obrázku je patrné, že s rostoucím poměrem λ_i/μ_i klesá přesnost obou přibližných vztahů, přičemž výpočtový vztah (5) vykazuje výrazně vyšší odchylky od skutečné hodnoty součinitele asymptotické pohotovosti. Z grafu je také patrné, že v tomto konkrétním případě (n = 10) lze výpočet s využitím přibližných vztahů považovat za akceptovatelný pouze pro hodnoty $\lambda_i/\mu_i < 0{,}01$.



Obr. 5 Závislost součinitele asymptotické pohotovosti na počtu prvků

Přesnost přibližných vztahů však vzhledem k jejich charakteru nezávisí pouze na hodnotě poměru λ_i/μ_i, ale také na počtu uvažovaných prvků systému. Na Obr. 5 jsou znázorněny závislosti součinitele asymptotické pohotovosti na počtu prvků systému. Při výpočtu byl u všech prvků uvažován poměr λ_i/μ_i = 0,01. Z obrázku je zřejmé, že přesnost přibližných vztahů také výrazně klesá s rostoucím počtem prvků systému.



Obr. 6 Kriterium použitelnosti přibližných vztahů

Z uvedeného vyplývá, že podmínku platnosti přibližných vztahů (5) a (6) nelze vymezovat pouze hodnotou poměru λ_i/μ_i, ale vždy je třeba brát v úvahu i počet prvků systémů, který může přesnost výpočtu výrazně ovlivnit. Pokud například bude za maximálni akceptovatelnou nepřesnost výpočtu vzata odchylka 1% od skutečné hodnoty součinitele asymptotické pohotovosti, lze kritérium použitelnosti přiblížných vztahů vyjádřit graficky způsobem naznačeným na Obr. 6. Má-li být dodržena stanovená přesnost výpočtu, můsí se vždy nejvyšší akceptovatelná hodnota poměru λ_i/μ_i, určit s ohledem na počet prvků systému. Průsečík souřadnic charakterizujících parametry systémů (tj. počet prvků n a velikost poměru λ_i/μ_i) se tedy musí nacházet pod křivkou přislušející uvažovanému výpočtovému vztahu.

5 Příklad praktické aplikace výpočtových vztahů

Výpočtové vztahy a postupy uvedené v tomto článku byly prakticky použity k odhadu součinitele asymptotické pohotovosti poháněcí soustavy těžkého pásového vozidla při návrhu její modernizace [11]. Tato poháněcí soustava je tvořena 16 relativně samostatnými subsystémy uspořádanými do sériové struktury (z hlediska spolehlivosti).

Při návrhu modernizace soustavy byly určeny hodnoty součinitelů asymptotické pohotovosti jednotlivých subsystémů a bylo požadováno, aby na základě těchto údajů byla predikována hodnota součinitele asymptotické pohotovosti celé soustavy. Přehled základních vstupních informací pro odhad je uveden v Tab. 1. V této tabulce jsou také uvedeny výsledky výpočtu součinitele asymptotické pohotovosti soustavy při využití třech základních výpočtových vztahů - přibližných vztahů (5) a (6) a přesného vztahu (7). U výsledků výpočtu podle přibližných vztahů je také v tabulce uvedena chyba výpočtu vyjadřující odchylku od hodnoty určené s využitím přesného vztahu.

Výsledky potvrzují již dříve uvedené teoretické závěry. Přibližný vztah (5) generuje podstatně větší chybu než přibližný vztah (6). To, že v obou případech bude chyba výpočtu větší než 1% je možné snadno odhadnout s využitím grafických závislostí znázorněných na Obr. 6. Hodnota podílu λ_i/μ_i se totiž u většiny subsystémů pohybuje nad limitní hodnotou vyznačenou v grafu pro odpovídající počet subsystémů n = 16.

Tab. 1 Přehled vstupních údajů a výsledků výpočtu

Vstupní informace o subsystémech			**Součinitel asymptotické pohotovosti soustavy**				
			Vzorec (7)	**Vzorec (5)**		**Vzorec (6)**	
Poř. č.	A_i	λ_i/μ_i	**A**	A_I	**Chyba**	A_{II}	**Chyba**
1	0.998	0.002004	0,8318	0,7978	4,1 %	0,8183	1,6 %
2	0.997	0.003009					
3	0.991	0.009082					
4	0.996	0.004016					
5	0.992	0.008065					
6	0.975	0.025641					
7	0.987	0.013171					
8	0.983	0.017294					
9	0.985	0.015228					
10	0.985	0.015228					
11	0.984	0.01626					
12	0.985	0.015228					
13	0.978	0.022495					
14	0.988	0.012146					
15	0.986	0.014199					
16	0.991	0.009082					

6 Závěr

Výsledky provedených analýz ukazují, že přesnost výpočtu součinitele asymptotické pohotovosti s využitím přibližných vztahů nezávisí pouze na poměru intenzity poruch ku intenzitě oprav podílu λ_i/μ_i, ale že ji významně také ovlivňuje počet prvků analyzovaného systému. Při hodnocení použitelnosti přibližných vztahů z hlediska hodnoty podílu λ_i/μ_i a počtu prvků systémů musí být obě tyto charakteristiky posuzovány ve vzájemných souvislostech, tak jak je to naznačeno na Obr. 6.

Z provedených analýz je však zřejmé, že použití přibližných výpočtových vztahů, a to i v případě kdy chyba výpočtu bude zanedbatelná, nepřináší žádné zjevné výhody v porovnání s použitím přesného výpočtového vztahu (7). Na základě tohoto poznatku lze obecně doporučit, aby při výpočtech byl prioritně využíván přesný výpočtový vztah.

Použitá literatura

[1] Blanchard, B. S. (1981). Logistics Engineering and Management. New York: Prentice-Hall 1981.

[2] Blischke, W. R. and Murthy D. N. P.: Reliability: Modeling, Prediction, and Optimization. New York: John Wiley 2000.

[3] Holub, R., Vintr, Z.: Aplikované techniky spolehlivosti. Část 1: Specifikace požadavků na spolehlivost. [Skripta] Brno: Vojenská akademie 2002.

[4] Holub, R., Vintr, Z.: Základy spolehlivosti. [Skripta] Brno: Vojenská akademie 2002.

[5] Kececioglu, D.: Maintainability, Availability and Operational Readiness Engineering Handbook, Volume 1. New York: Prentice Hall 1995.

[6] Langford, J. W.: Logistics Principles and Applications. New York: McGraw-Hill 1995.

[7] Rigdon, S. E. and Basu, A. P.: Statistical Methods for the Reliability of Repairable Systems. New York: John Wiley 2000.

[8] Schneeweiss, W., G.: The Fault tree method. Hagen: LiLoLe – Verlag 1999.

[9] Villemeur, A.: Reliability, Availability, Maintainability and Safety Assessment. New York: John Wiley & Sons 1992.

[10] Vintr, Z. and Holub, R.: A Method of Availability Analysis and Allocation. In: Towards a Safer World – Proceedings of ESREL 2001 Conference. 1st Volume. Torino: Politecnico di Torino 2001, pp 717-724.

[11] Vintr, Z. and Holub, R.: R&M Requirements Allocation in Upgrading a System. In: Proceedings of Annual Reliability and Maintainability Symposium. Philadelphia: IEEE 2001. pp. 258 – 263.

[12] ČSN IEC 1165 - Použití Markovových metod.

[13] ČSN IEC 50(191) - Medzinárodný elektrotechnický slovník. Kapitola 191: Spoĺahlivosť a akosť služieb.

Prezentovaná analýza je součástí řešení projektu Grantové agentury ČR reg. č.: 101/00/0225.